

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ
ШКОЛЬНИКОВ 2025/26 УЧЕБНОГО ГОДА
ПО МАТЕМАТИКЕ

Код/шифр участника

М	1	1	1	6			
---	---	---	---	---	--	--	--

Красавский Сергей Владимирович

(фамилия, имя, отчество)

11

(класс обучения)

11

(класс участия)

Муниципальное общеобразовательное бюджет-
ное учреждение "Средняя общеобразователь-
ная школа № 18". Арсеньевского городского
округа

(полное наименование образовательной организации)

1	2	3	4	5	всего	%	статус
7	7	7	7	7	35	100	победители

N 11.1

Пусть x - количество учеников в классе, которые
имеют имя Марка.

y - количество учеников позавчера Таланты. Тогда.

$4x$ - количество учеников, которые были Марком

$3y$ - количество учеников вчера Таланты

$x + 4x + 1$ - общее кол-во учеников (все кто имеет
Марка, все кто были Марком и сам Марк)

$y + 3y + 1$ - общее кол-во учеников (все кто вчера Таланты,
все кто позавчера Таланты и сама Таланта)

Значит,

$$5x + 1 = 4y + 1$$

$5x = 4y$, где x, y - натуральные

образующие $5x$ за n . Тогда $n \in \mathbb{N}$ и

$n:4$ и $n:5$, то есть

$$n: \text{НОК}(4, 5)$$

$$n: 20$$

$n+1$ - общее кол-во учеников и по условию

$$n+1 \leq 30$$

$$n \leq 29$$

Среди натуральных чисел, меньших 30 только
одно делится на 20, значит $n=20$, а всего
учеников $20+1=21$.

ответ: 21.

N 11.2 ж

Пусть исходное число имеет вид

$$100a + 10b + c, \text{ где } a, b, c \in [0; 9] \cap \mathbb{Z} \text{ и } a \neq 0$$

Число, записанное теми же цифрами в обратном порядке будет

$$100c + 10b + a. \text{ По условию}$$

$$100a + 10b + c - 3(100c + 10b + a) = 1$$

$$100a + 10b + c - 300c - 30b - 3a = 1$$

$$97a - 20b - 299c = 1$$

Т.к. в условии говорится о трёхзначном числе, записанном теми же цифрами, но в обратном порядке, т.е. $c \neq 0$.

Если $c > 3$, то $100c + 10b + a \geq 400$ и

$$3(100c + 10b + a) \geq 1200 > 1000$$

$$100a + 10b + c < 1000, \text{ значит при } c \geq 4:$$

$97a - 20b - 299c < 0$ Противоречие. Значит c может равняться 1, 2 или 3. Рассмотрим все случаи

1) $c = 1$:

$$97a - 20b = 300$$

Составим таблицу остатков $97a$ по модулю 10:

a	$97a$
0	0
1	7
2	4
3	1
4	8
5	5
6	2
7	9
8	6
9	3

$$97a = 206 + 300$$

$$97a \equiv 0 \pmod{10}$$

$$a \equiv 0 \pmod{10}$$

Но $a \equiv 0 \pmod{10}$ только если $a = 0$,

это невозможно т.е. $c \neq 1$

2) $c = 2$:

$$97a = 206 + 599$$

$$97a \equiv 9 \pmod{10}$$

Из таблицы находим, что

$a = 7$, тогда

$$206 = 80$$

$b = 4$ т.е. искомое число 742.

$$\begin{array}{r} 97 \\ \times 7 \\ \hline 679 \end{array} \quad \begin{array}{r} 10 \\ 679 \\ - 599 \\ \hline 80 \end{array}$$

3) $c = 3$:

$$97a = 206 + 898$$

$$97a \equiv 8 \pmod{10}$$

~~$a = 4$~~ (из таблицы)

$$206 = 97 \cdot 4 - 898 = -510$$

Но $b \geq 0$, значит этот случай невозможен.

Ответ: 742

11.3

$$2x^2 + 5\sqrt{1-x^2} - 5 = 0$$

Будем считать выражение не меньше 0.

$$1 - x^2 \geq 0$$

$$x^2 \leq 1$$

$$-2(1-x^2) + 5\sqrt{1-x^2} - 3 = 0$$

Сделаем замену $y = \sqrt{1-x^2}$

$y \geq 0$ и т.к. $0 \leq x^2$,

$$1-x^2 \leq 1$$

$$y \leq 1$$

$$-2y^2 + 5y - 3 = 0$$

$$D = 25 - 24 = 1$$

$$y_1 = \frac{-5-1}{-4} = 1,5 \text{ — не удовлетворяет условию } y \leq 1$$

$$y_2 = \frac{-5+1}{-4} = 1$$

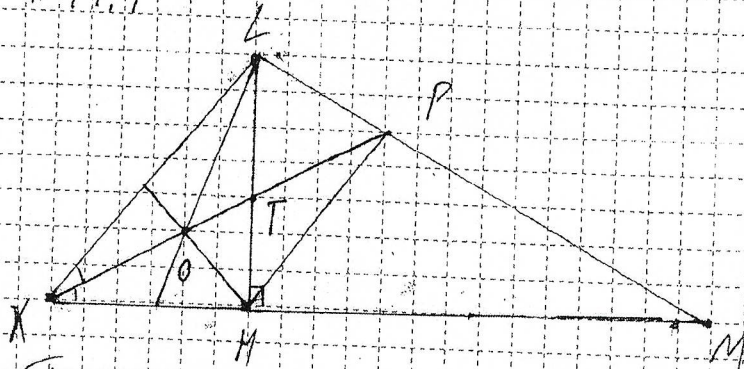
$$\sqrt{1-x^2} = 1$$

$$x^2 = 0$$

$$x = 0$$

Ответ: 0.

№ 11.4



Дано: $\triangle KLM$; $\angle LKM$

$< 90^\circ$ KP — биссектриса

LH — высота $\angle KPL =$

$$= 45^\circ$$

Найти $\angle PHM = ?$

Решение. Т.к. $\angle K < 90^\circ$, H лежит на отрезке

KM. Значит KP и LH пересекаются (как отрезки)

Пусть $T = LH \cap KP$, O — точка пересечения биссектрисы

$\triangle KLM$. Тогда KT — биссектриса $\triangle KLM$

$$\angle LHO = \frac{\angle KLM}{2} = 45^\circ \text{ — с-ва биссектрисы.}$$

$\angle OPL = \angle LHO = 45^\circ$, значит $OL \perp PH$ — высота и
 $\angle PHL = \angle POL$, высота $OL \perp PH$ построена из
 того, что $O \in KT$, а $P \notin KT$ (KT — окружность, т.е. $P \notin OT$ (мн)
 также $HELT$ (мн), построен, что $P \notin HT$ (мн) в одной плоскости.
 лежат в разных плоскостях с OL (мн) и PH (мн) — OL — высота $\triangle H$,
 $\angle POL = \angle OKL + \angle OLK$ — внешний угол $\triangle KOL$

$$\angle OKL = \frac{\angle HKL}{2} \text{ — с-во биссектрисы}$$

$$\angle OLK = \frac{\angle KLM}{2} \text{ — с-во биссектрисы}$$

$$\angle POL = \frac{\angle HKL + \angle KLM}{2}$$

$$\angle HKL + \angle KLM = 180^\circ - \angle KHL = 90^\circ \text{ — сумма углов } \triangle KHL$$

$$\angle POL = 45^\circ$$

$$\angle MHP = 90^\circ, \angle MHL - \angle PHL = 90^\circ - \angle POL = 45^\circ$$

Ответ: 45°

N 11.5

$$\begin{cases} S(3) = 33 \\ S(33) = 3333 \\ S(333) = 333333 \end{cases} \quad \begin{cases} 9a + 3b + c = 33 \\ 1089a + 33b + c = 3333 \\ 10889a + 333b + c = 333333 \end{cases}$$

Вычитая из 2-го 1-го:

$$1080a + 30b = 3300$$

$$36a + b = 110$$

Вычитая из 3-го 2-го:

$$109800a + 300b = 330000$$

$$366a + b = 1100$$

$$330a = 990$$

$$a = 3$$

$$b = 110 - 36 \cdot 3 = 2$$

$$c = 33 - 3 \cdot 2 - 9 \cdot 3 = 0$$

Докажем, что многочлен $3x^2 + 2x$ принимает для
любого n .

$$\underbrace{33 \dots 3}_{n \text{ троек}} = \frac{99 \dots 9}{3} = \frac{10^n - 1}{3}$$

$$f\left(\frac{10^n - 1}{3}\right) = \frac{(10^n - 1)^2}{3} + \frac{2(10^n - 1)}{3} = \frac{10^{2n} - 2 \cdot 10^n + 1 + 2 \cdot 10^n - 2}{3} = \frac{10^{2n} - 1}{3}$$

$f(x) = 3x^2 + 2x$ принимает для любого n . Какой-
нибудь многочлен не будет соответствующим удов-
летворять условия задачи при $n = 1, 2, 3$.

Пример: $f(x) = 3x^2 + 2x$.